известна. Если $\sqrt[3]{a^3+r}$ есть искомый кубический корень, и a представляет наибольшее целое число, содержащееся в этом корне, то приближенное значение будет:

$$a+\frac{r}{3a^2+3a+1}.$$

Свое изложение Леонардо сопровождает в „Liber Abaci“ повсюду доказательствами геометрического типа. То же самое относится к его „Practica Geometriae“, которая, между прочим, содержит извлечения из мало известных тогда стереометрических книг „Начал“; впрочем, доказательства Леонардо часто отличаются от доказательств Эвклида, но не принадлежат ему лично, ибо они встречаются также у более древних арабских авторов.

В упоминаемых нами здесь трудах Леонардо рассматривает наиболее важные известные до него теоремы арифметики, алгебры и геометрии, излагая их в ясной форме, обнаруживающей вполне самостоятельное усвоение материала и свободное владение им; его изложение этих вопросов делает их более доступными для понимания, чем этого можно было бы добиться простым переводом тех книг, из которых он их заимствовал; в частности, он прибегает к многочисленным примерам для пояснения проблем арифметики. Но особенно ярко выступает его способность преодолевать даже серьезные трудности при решении некоторых задач, предложенных ему философом императора Фридриха II, метром Иоаном Палермским (Johan de Palerme) в присутствии императора. В одной из этих задач требовалось найти квадратное число, которое при прибавлении к нему или отнятии от него 5 дало бы новые квадраты, т. е. требовалось найти рациональные решения уравнений

$$\left.\begin{aligned} y^2 &= x^2+a, \\ z^2 &= x^2-a, \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

где a равно 5. Впрочем, уравнения эти были исследованы уже раньше арабскими математиками, нашедшими, что x^2+a и x^2-a являются квадратными числами при условии, если:

$$x=m^2+n^2, \quad a=4mn(m^2-n^2).$$

Условие это нетрудно вывести из знакомого уже Диофанту решения двойных уравнений (стр. 172; см. также первую задачу на стр. 174) в связи с данным Эвклидом способом определения рациональных прямоугольных треугольников. Леонардо, однако, приходит к тому же самому результату несколько иным путем, опираясь на теорему о том что *квадратные числа представляют суммы первых нечетных чисел натурального ряда.* После этого остается определить m и n таким образом, чтобы $4mn(m^2-n^2)$ имело данное значение, в данном случае 5. Леонардо дока-